УДК 372

НЕКОТОРЫЕ РАССУЖДЕНИЯ О ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ В ШКОЛЕ КАК РЕЗУЛЬТАТ НАПИСАНИЯ ОТЧЕТА О ПРОВЕДЕНИИ ЕДИНОГО ГОСЭКЗАМЕНА ПО МАТЕМАТИКЕ

Майорова Н.Л., кандидат педагогических наук, доцент,
Ярославский государственный университет им. П.Г.Демидова, г. Ярославль
mnlv@yandex.ru

Шабаршина Г.В., кандидат физико-математических наук, доцент,
Ярославский государственный университет им. П.Г.Демидова, г. Ярославль
shegeve@yandex.ru

Аннотация. В докладе сделан небольшой обзор результатов и анализ заданий ЕГЭ, предлагавшихся в нашем регионе в этом году. Сформулированы мысли из опыта работы по обучению математике в общеобразовательных учреждениях.

Ключевые слова: ЕГЭ, уровень подготовки учащегося, принцип наглядности в преподавании математики.

SOME DISCUSSIONS ON TEACHING MATHEMATICS AT SCHOOL AS A RESULT OF WRITING A REPORT ON CONDUCTING A UNIFIED STATE EXAMINATION IN MATHEMATICS

N.L. Mayorova, candidate of pedagogical sciences, docent,
Yaroslavl State University, Yaroslavl
mnlv@yandex.ru

Shabarshina G. V., candidate of physical and mathematical sciences, docent
Yaroslavl State University, Yaroslavl
shegeve@yandex.ru

Abstract. The report provides a short overview of the results and an analysis of the tasks of the Unified State Exam offered in our region this year. There were formulated thoughts from the experience of teaching mathematics in general education institutions.

Keywords: unified state exam, USE, level of student preparation, principle of visibility in the teaching of mathematics.

Прошла ежегодная волна ЕГЭ. Несмотря на то, что содержание единого госэкзамена по математике совершенствуется, радости от такой формы проверки знаний мы по-прежнему не испытываем [2]. Да, экзаменационные варианты от года к году улучшаются, многие задания из второй части упрощаются, теряют громоздкость условий и решений. Однако за выделенное время даже продвинутым в предмете ученикам полностью правильно решить предложенный тест весьма затруднительно.

Сформулируем несколько замечаний по содержанию. Каждый год мы говорим о задании под номером 14. Оно оценивается всего в 2 балла, с одной стороны, и, с другой стороны, отвечает за проверку знаний ученика по стереометрии – огромному пласту знаний. Содержание математического образования, т.е. чему и как учить, все время подвергается критике. Относительно необходимости учить геометрии сомнений меньше. Здесь правильно привести слова академика А.Д.Александрова о геометрии: «Своеобразие геометрии, выделяющее ее среди других разделов математики, да и всех наук вообще, и заключается в неразрывном органическом соединении живого воображения со строгой логикой. Геометрия в своей сути и есть пространственное воображение, пронизанное и организованное строгой логикой. Во всяком подлинно геометрическом предложении, будь то аксиома, теорема или определение, неразрывно присутствуют эти два элемента: наглядная картина и строгая формулировка, строгий логический вывод. Там, где нет одной из этих двух сторон, нет и подлинной геометрии. Наглядность, воображение принадлежат больше искусству, строгая логика – привилегия науки. Сухость точного вывода и живость наглядной картины «лед и пламень не столь различны меж собой». Так геометрия соединяет в себе эти две противоположности. Так ее и надо изучать: соединяя живость воображения с логикой, наглядные картины – со строгими формулировками и доказательствами».

Логическое построение геометрии, образность, и, что важно, прикладная направленность, делают ее наукой с широкой областью приложения. Геометрические образы используются специалистами разных профилей. И вот этот раздел знаний оказывается выброшен из школьного образования. Учитель и ученик ориентированы на получение максимального количества баллов на экзамене. Поэтому практически никто при подготовке не уделяет много времени заведомо, с их точки зрения, провальной задаче.

Возникает ежегодный вопрос, зачем вторую задачу на два балла давать такой сложной, что она отпугивает учащихся от попыток проникнуть в понимание решений такого типа задач. Методически правильным было бы дать простую задачу, посильную для многих учащихся. Это не разочаровывало бы их после экзамена и во время к его подготовке. И этот шаг позволил бы улучшить картину математической подготовки школьников.

Следует сказать, что в этом году в одном из типов вариантов КИМов составители превзошли самые плохие ожидания стереометрической задачи. Задание представляло неподъемную для школьника проблему. Требовалось рассечь треугольную пирамиду плоскостью и найти отношение объемов двух получившихся частей пирамиды, причем одной из частей являлся пятигранник, объем которого нужно было найти как сумму еще двух объемов. При этом исходная пирамида была общего вида, для которой не было задано ни одного ее измерения (данная ситуация всегда сложна для школьников). Следует заметить, что во всех пособиях и демонстрационных материалах речь всегда шла лишь о правильных многогранниках. Само решение требовало неординарных размышлений, выходящих за рамки школьных уроков. Ситуация обострилась тем фактом, что в других вариантах эта задача содержала призму с перпендикулярным основанию боковым ребром и известными измерениями и могла быть решена несколькими способами. Это поставило выпускников в неравное положение.

В каждом варианте КИМов вполне хватило бы двух-трех достаточно сложных задач, чтобы дифференцировать учащихся по их уровню подготовки. В настоящее время эксперт проверяет порядка 100 работ, но почти ни в одной из них не встречает намеков на решение стереометрической задачи. Здесь даже о типичных ошибках говорить сложно, так как слишком мало учащихся приступает и решает эту задачу. Справились с заданием на 1-2 балла 10,26%.

Грустная ситуация складывается и с планиметрической задачей. Планиметрическую задачу в задании 16 решило (и решало) крайне малое количество учащихся 2,08 % (9,03% в 2016 году, 1,56 % - в 2015 году). Большинство из них совершало типичную ошибку, нарисовав чертеж равнобочной, а не произвольной трапеции. В этом случае ситуация упрощалась, доказательство пункта а) становилось тривиальным, а далее и ответ был неверным. Второй типичной ошибкой было то, что задаваемую произвольную точку на боковой стороне трапеции ставили в середине этой стороны, что тоже упрощало доказательство. При этом ответ становился верным, но зачесть такое решение было нельзя, так как ученик рассматривал частный случай, что не соответствовало критериям. В планиметрии нет жесткого алгоритмического подхода к решению задач, каждая из них достаточно индивидуальна. Поэтому описание ошибок учащихся в данной конкретной задаче не может описать геометрической безграмотности школьников в целом.

Текст условия задачи экономического содержания (№17) априорно уже является некоторой моделью реальной жизненной ситуации, сюжетное условие предложенной задачи надо было свести к решению математической вычислительной задачи. В 2016 году 37,15% испытуемых получили за задание 17 больше, чем 0 баллов (из 3 возможных). В 2015 году полностью справились с заданием лишь 1,53% школьников. В предложенной задаче 2017 года был алгоритм, основанный на понимании экономических вопросов кредитования, поэтому заинтересованные учащиеся смогли в них разобраться и научиться решать подобные задачи. Однако большинство школьников, даже составив подобие математической модели, столкнулись с рациональным уравнением третьей степени и не смогли его решить.

Еще одной типичной ошибкой являлось то, что ученики подменяли в модели величину процентов долями единицы, что по критериям не могло оцениваться положительными баллами. Тратить драгоценное время уроков на решение подобных задач с кредитами не имеет смысла, какими бы жизненными не казались данные ситуации. Однако уделять время решению текстовых задач на смеси- сплавы, на движение-работу обязательно нужно. Такие задачи хороши еще и тем, что надо прочитать условие. А это полезное упражнение.

Отметим, что поскольку большинству школьных учителей не профильных классов не хватает времени на решение экономических задач, то некоторым учащимся помогло справиться с заданием решение аналогичных типовых задач на сайтах в Интернете. Вообще, надо сказать, что сайт Решу ЕГЭ представляет собой один из самых удобный ресурсов для подготовки к государственному экзамену.

Задание 19, как всегда, являлось заданием олимпиадного уровня и полностью доступно лишь немногим. Это задание по своему тематическому содержанию стало проще, и для его частичного решения достаточно простейших сведений (или даже подбора чисел). Поэтому все больше участников тестирования приступают к решению этой задачи и добиваются успеха. Условия задачи разбиты на пункты (подзадачи), последовательно решая которые, учащиеся справлялись с заданием хотя бы частично и получали 1 или 2 балла. Не менее одного балла получили 17,73% школьников. Ответить на первый пункт и получить 1 балл вообще не составляло труда (15,24%), что делает еще более обидным факт оценивания задачи 14 всего в два балла.

И еще одно замечание по содержанию КИМов. Уровень заданий ЕГЭ в основной день отличается по сложности от заданий в дополнительное время. В предварительные сроки варианты представляют собой перепевы материалов прошлого года, которые отрабатываются учащимися. При «второй волне» в этом году все задачи были проще, отсутствовала тригонометрия, вместо экономической за дачи была стандартная оптимизационная задача, а в задаче 19 (по замыслу составителей, самой сложной) согласно критериям 1-2 балла выставлялись за четыре цифры, которые тривиально получал каждый прочитавший задачу. Вспомним при этом нулевые баллы за насыщенные решения 13 задания.

Выше уже было отмечено, что обучение в старших классах практически повсеместно «ЕГЭориентировано». В итоге, учащийся имеет навыки решения определенного набора задач, но не обладает общей системой знаний, позволяющей в каждой новой задаче увидеть опорные задачи, проанализировать, что нужно сделать для сведения к базовым знаниям, а затем для соединения частей решения в единое целое.

Есть еще одна причина того, что ученик не способен проанализировать ситуацию в общем, не способен запомнить большое количество информации. Это так называемое «клиповое мышление». Понятие сейчас активно обсуждается. Можно привести много разных определений, сформулированных в сети, СМИ, научных статьях. Термин этот изначально обозначал особенность человека воспринимать мир посредством короткого, яркого посыла, воплощенного в форме либо видеоклипа, либо теленовости. Поэтому основной показатель здесь – фрагментарность информации [1].

Объем информации в современном мире велик, скорость поступления информации все время увеличивается, информация обновляется, первоначальная утрачивает свое значение, устаревает. Клиповое мышление позволяет быстро ознакомиться с большим количеством информации. Оно оперирует образами. Такое видение дает понимание, но не позволяет вникнуть в суть, свести все многообразие информации в единое целое. Современный подросток делает уроки в наушниках, слушая музыку, общаясь в чате. Эти дети ориентированы на многозадачность. Это вообще-то хорошо. Однако плата за многозадачность велика: рассеянность, неумение сосредоточиться, предпочтение визуальных символов логике и углублению в текст.

Математика не терпит отвлечений. Она не изучается комфортно на мелькании фрагментов информации. Математика требует систематического труда. Что имеем: ученик не может прочитать и понять материал книги, законспектировать материал. И преподаватель, кстати, особенно высшей школы, начинает искать интерактивные методы обучения. В первую очередь, чтение лекций с использованием средств мультимедиа. Информация представляется краткими отдельными блоками. Мы не собираемся здесь обсуждать положительные и отрицательные стороны клипового мышления. Достаточно сказать, что суть понятия (и возникающая проблема) ясна каждому педагогу. Мы ведь хотим сформировать понятийное мышление. Именно оно позволяет во все вникать, разбираться в сути вещей. Речь идет о формировании математической культуры [3]. Один из способов разрешения проблемы видится нам в использовании наглядности в обучении. Поясним сказанное.

При изучении тригонометрии нельзя заучивать формальные формулы корней всевозможных тригонометрических уравнений, а в обязательном виде приучать ученика изображать эти корни либо на единичной окружности, либо на оси абсцисс прямоугольной системы координат (что труднее). Это приведет к тому, что подросток реально увидит от трех до пяти ближайших к началу координат корней уравнения, что является достаточным для решения большинства типовых задач. Однако, к сожалению, отдельные учителя не только не работают с единичной окружностью, но и пресекают такие действия ученика.

В задании 15 требовалось решить дробно-линейное неравенство относительно показательной или логарифмической функции и оценивалось оно в 2 балла. Однако полностью справились с заданием лишь 19,04% учащихся. В этом задании очень четко проступают стандартные ошибки учащихся. Переходя от исходного неравенства к уравнению, школьники приравнивают к нулю числитель при неравенстве нулю знаменателя и получают в ответе отдельные точки. Либо они все же решают неравенство, но тоже лишь с числителем, не учитывая возможных знаков знаменателя, что, естественно, приводит к неверному ответу. Третья ситуация – ученик правильно переходит к дробно-рациональному неравенству, решает его методом интервалов, но расставляет знаки сомножителей автоматически, без проверки или без знания того, что полный квадрат знак не меняет, оставаясь всегда положительным. Это приводит к записи совершенно неправильного ответа. И, наконец, ученик все делает правильно, но забывает включить в ответ изолированную точку – нуль числителя, так как исходное неравенство было нестрогим.

Все эти ошибки – следствие того, что к решению проблемы учащийся подходит формально, не понимая суть идеи. Эту простейшую идею надо растолковывать на уроках в школе, показывать на графиках линейных функций, которые всего лишь один раз меняют знак, говорить о знаке произведения или частного многих сомножителей и т.п. Не следует сводить неравенство к уравнению, вводя при этом функцию, так как часто школьник забывает об исходной ситуации и записывает в ответ только нули этой функции, а не объединение числовых множеств.

Важно научить ученика строить эскизы графиков функций. «Не по точкам», как часто дети и делают, а именно график функциональной зависимости, руководствуясь знанием свойств элементарных функций, арифметическими действиями над функциями и. наконец, умением разложить сложную функцию в цепочку элементарных преобразований. И тогда ученик, вникнув в построение дробно-рациональной функции, будет лучше понимать метод интервалов, поведение функции в окрестности точек – нулей знаменателя и т.д.

Умение строить графики функций особенно помогает при решении задач с параметрами. В школьном курсе математики очень мало времени отводится геометрическим способам решения алгебраических задач. Применение же этих методов во многих случаях значительно ускоряет и облегчает процесс получения верного ответа. Так, при нахождении значения параметра а, при котором уравнение $\sqrt{16|x| - 4x^2} = a$ имеет ровно два корня, достаточно было построить графики функций $y = 16|x| - 4x^2$ и $y = a$ и увидеть, что графики пересекаются в двух точках при а=4. Одновременно можно понять, при каких значениях параметра исследуемое уравнение имеет три решения, четыре или не имеет их вовсе. Аналогично при обращении к геометрической интерпретации школьник мог в отведенное ему короткое время решить задачу о нахождении значения параметра, при котором сумма корней уравнения $|x + 2| + |x| = a$ равна -3.

В этом году задание 18, как и обычно, решило крайне малое количество выпускников. В 2015 году 0,21%, в 2016 году 4,77%, всех экзаменующихся полностью справилось с задачей с параметром. В 2017 году - 3,57%. Задачи с параметром допускают весьма разнообразные способы решения. В предложенной задаче этого года можно было использовать и алгебраический, и геометрический способы решения. Однако большинство учащихся вообще не знакомо с любыми методами решения задач с параметром. Они производят некоторые примитивные действия, совершенно не понимая необходимости и целесообразности этих действий. Кроме того, особую сложность задачи этого года представляло формирование ответа. Надо научить хорошего школьника думать, а не выполнять задания по шаблону, производя лишь некоторые арифметические и алгебраические действия.

Вернемся к вопросу об оценивании экзаменационных работ. По критериям для КИМов задание 13 оценивалось в 1 балл, если полностью решена либо часть а), либо часть б) этого задания. Однако часто складывалась такая ситуация. Ученик преобразовал исходное логарифмическое или показательное уравнение, ввел новую переменную, получил квадратное уравнение, решил его, вернулся по замене к исходным функциям и получил два простейших тригонометрических уравнения. Одно из них учащийся решает правильно, а в другом получает два корня, один из которых лишний. То есть часть а) уже решена неверно. Далее на тригонометрической окружности ученик отмечает корни из заданного в задаче отрезка. Но, естественно, один из корней оказывается лишним, что тоже означает неверное решение части б). Итого по критериям проверяющий эксперт ставит 0 баллов. При этом ученик показывает знание нескольких разделов алгебры на достаточно высоком уровне. Такой же нулевой балл получает и тот ученик, который либо вообще не приступал к решению этой задачи, да и вообще всей второй части, либо совершает чудовищные по математической безграмотности действия. Настроение экспертной комиссии после проверки заданий ЕГЭ было весьма подавленным как от уровня знаний учащихся, так и от несовершенства критериев. Очевидно, что учесть в критериях все нюансы невозможно, однако школьные учителя переживали от того, что старательные ученики, допустившие промахи при решении своего варианта, уравниваются с теми, кто практически не учился в течение года.

Идея формулировки критериев и требования следования им – понятна. Эксперт – это специалист высокого уровня, но человек. Чтобы проверку осуществить максимально беспристрастно, нужно единообразие требований. Когда преподаватель проверяет контрольную работу в школе, в вузе, он смотрит в целом на демонстрацию учащимся знаний, пусть с ошибками. А здесь не допускается возможности для эксперта поставить хотя бы один балл в случае непустой работы. Это тяжелое испытание для преподавателя. С одной стороны, речь идет о доверии к эксперту. Имеет ли он право в целом оценить знания учащегося, или надо требовать жесткого следования критериям. Тем более, что, с другой стороны, процедура принятия апелляций выявила проблемы.

В текущем 2017 году было подано около 100 экзаменационных работ на апелляцию, из которых в 27 работах были повышены баллы (от 1 до 5). Большинство работ поступило по результатам перекрестной проверки. При этом экспертам приходилось ставить баллы от 1 до 4 в тех работах, которые содержали задачи, оцененные в 0 баллов, но при этом имели либо полное, либо частичное правильное решение. Особенно вызывали удивление задачи 13 и 15, содержащие стандартные уравнения и неравенства, решение и проверка которых не должны вызывать трудностей. Однако немалое число экзаменационных работ показало некомпетентность или некоторую поспешность проверки. Например, решение тригонометрического уравнения содержало три типа корней, которые были учеником верно найдены и выписаны стандартным и общепринятым способом, а затем эти три вида корней объединены в единую формулу $x = 2\pi k/3$, что является показателем высокого понимания предмета. Однако это задание при первичной проверке было оценено в 0 баллов. И таких оценок в 13 задании было немало. Аналогичная ситуация наблюдалась при оценивании задания 15, когда при полностью верном решении и ответе ученик получил 0 баллов.

В стереометрической задаче неаккуратно проверялось доказательство параллельности двух пространственных прямых, а в планиметрической задаче, например, верное отношение площадей двух областей как 7:3 неверно оценивалось, так как ответ звучал как 3:7, поскольку ученик брал отношение площадей в другой последовательности, что тоже является верным. Ошибки при проверке вызвали и экономическая задача и задача с параметром, поскольку методы их решений одним не исчерпывались.

Сейчас в ЕГЭ сделан важный шаг: разделены базовая и профильная математика. Необходимо, как уже говорилось выше, сделать еще один шаг. Сделать центры ЕГЭ независимыми, и тестировать профессионально ориентированных учащихся, а всех аттестовать в школе. Тогда учителя будут работать с учениками так, как это было несколько десятилетий назад, когда приходилось сдавать вступительные профильные экзамены в вуз.

Единый государственный экзамен – это средство одновременно сдать выпускной экзамен в школе, вступительный экзамен в ВУЗ, получить своего рода сертификат на бесплатное высшее образование. Это правильная сторона. Неправильная – университет, принимая это сертификат, обязан обучать людей, непрофессионально ориентированных. Отчисляя неспособных (их очень мало) и нежелающих учиться (их больше), ВУЗ терпит финансовое поражение. А преподаватель – профессиональное.

Литература

1. Азаренок Н.В. Клиповое сознание и его влияние на психологию человека в современном мире. // Материалы Всероссийской юбилейной научной конференции, посвященной 120-летию со дня рождения С.Л. Рубинштейна “Психология человека в современном мире”. Том 5. Личность и группа в условиях социальных изменений. / Отв. ред. А.Л. Журавлев. – М.: Изд-во “Институт психологии РАН”, 2009. – С. 110-112.
2. Майорова Н.Л., Шабаршина Г.В. Математическая составляющая единого государственного экзамена//Проблемы теории и практики обучения математике: Сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «69 Герценовские чтения». – Спб.: Изд-во РГПУ им. А.И.Герцена, 2016. – С. 75-78.
3. Майорова Н.Л., Шабаршина Г.В. Тестирование как средство измерения успешности обучения// Современные подходы к оценке и качеству математического образования в школе и вузе: материалы XXXII Международного научного семинара преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов. – Екатеринбург: ФГБОУ ВПО УрГПУ, ФГАОУ ВПО РГППУ, ФГБОУ УрГЭУ, 2013. – С. 225-226.